

## XÁC ĐỊNH GIỚI HẠN SỬ DỤNG HỆ TỌA ĐỘ ĐỊA DIỆN CHÂN TRỜI ĐỊA PHƯƠNG TRONG TRẮC ĐỊA CÔNG TRÌNH

ĐẶNG NAM CHINH, Trường Đại học Mỏ - Địa chất  
LÊ VĂN HÙNG, Viện Khoa học công nghệ xây dựng (BXD)

**Tóm tắt:** Để sử dụng hệ tọa độ địa diện chân trời  $x,y,z$  (hay  $N,E,U$ ) một cách hợp lý cần xem xét mức độ biến dạng chiều dài và biến dạng góc ngang khi biểu diễn chúng từ mặt Ellipsoid quy chiếu lên mặt phẳng nằm ngang của hệ địa diện chân trời địa phương. Bài báo giới thiệu phương pháp xác định phạm vi khả dụng của hệ tọa độ địa phương sử dụng cho công tác trắc địa công trình và đề xuất công thức tính số cải chính biến dạng góc ngang.

### 1. Mở đầu

Thông thường, để thể hiện các yếu tố hình học trên mặt đất về mặt phẳng chiều người ta thực hiện theo hai bước sau:

1. Chiếu (chuyển) các yếu tố hình học đó lên mặt Ellipsoid thực dụng.
2. Sử dụng phép chiếu bản đồ để thể hiện các yếu tố hình học đó từ mặt Ellipsoid lên mặt phẳng chiếu.

Khi sử dụng hệ tọa độ địa diện chân trời (địa phương) để bình sai lưới GPS cạnh ngăn sử dụng trong trắc địa công trình, có thể chọn điểm quy chiếu trong không gian có vị trí xác định bởi 3 giá trị tọa độ trắc địa là  $B_G, L_G, H_G$ . Từ đó xác lập ma trận xoay  $R$  để tính đổi tọa độ (hoặc trị đo) về hệ địa diện [1, 4].

Mặt phẳng cơ sở đóng vai trò quan trọng trong hệ tọa độ địa diện chân trời là mặt phẳng ngang (mặt phẳng chân trời) vuông góc với phương pháp tuyến của mặt Ellipsoid tại điểm quy chiếu. Trên mặt phẳng nằm ngang đó, người ta thiết lập hệ tọa độ vuông góc phẳng  $x,y$  (hay  $N,E$ ) và có thể sử dụng làm tọa độ mặt bằng của công trình. Theo cách này chúng ta có thể xây dựng một hệ tọa độ vuông góc không gian (địa phương) trong đó có mặt phẳng cơ sở gần với mặt phẳng ngang trung bình của công trình. Điều này rất cần cho các công trình có diện tích không rộng, nằm trên các độ cao lớn ở vùng núi như công trình thủy điện, khu công nghiệp...

Mối liên hệ giữa hệ địa diện chân trời địa phương với Ellipsoid thực dụng là tọa độ, độ cao trắc địa và phương pháp tuyến tại điểm quy chiếu. Mối liên hệ này cho phép chúng ta tính

đổi giữa tọa độ trắc địa  $B,L,H$  (hoặc hệ không gian địa tâm  $X,Y,Z$ ) với tọa độ địa diện chân trời  $x,y,z$  ( $N,E,U$ ).

Do sử dụng hệ tọa độ địa diện chân trời để biểu diễn vị trí các điểm trên mặt đất cho nên cần phải xem xét mức độ biến dạng chiều dài và biến dạng góc ngang khi thể hiện chúng trên mặt phẳng chiếu. Kết quả khảo sát trong bài báo này sẽ là cơ sở để xác lập giới hạn sử dụng hệ tọa độ địa diện chân trời sao cho biến dạng có thể coi là nhỏ để bỏ qua khi bình sai phối hợp trị đo GPS với các trị đo mặt đất. Theo quan điểm về sai số, tương tự như đối với sai số hệ thống, nếu giá trị biến dạng lớn nhất nhỏ hơn 20% sai số đo (ngẫu nhiên) thì có thể bỏ qua không cần xét đến [3].

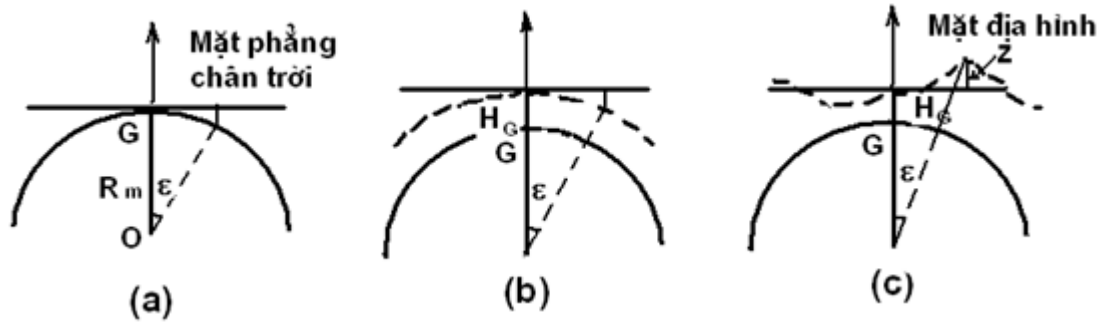
### 2. Cơ sở lý thuyết

Nếu chọn điểm quy chiếu có tọa độ trắc địa là  $B_G, L_G$  thì ma trận xoay  $R$  được xác định theo công thức:

$$R = \begin{bmatrix} -\sin B_G \cos L_G & -\sin L_G & \cos B_G \cos L_G \\ -\sin B_G \sin L_G & \cos L_G & \cos B_G \sin L_G \\ \cos B_G & 0 & \sin B_G \end{bmatrix}, \quad (1)$$

Nếu điểm quy chiếu nằm trên mặt Ellipsoid ( $H_G=0$ ), khi đó mặt phẳng chân trời tiếp xúc với mặt Ellipsoid tại điểm quy chiếu (hình 1.a). Nếu chọn điểm quy chiếu có độ cao là  $H_G$  ( $H_G>0$ ), ta có mặt phẳng chân trời không tiếp xúc với Ellipsoid (hình 1.b) và (hình 1.c).

Trong hệ tọa độ địa diện chân trời, gốc tọa độ là điểm quy chiếu và các thành phần tọa độ nằm ngang là  $x$  và  $y$  (hoặc  $N,E$ ) cùng thành phần thẳng đứng là  $z$  (hoặc  $U$ ).



Hình 1. Các lựa chọn trong thiết lập hệ tọa độ chân trời

Để đơn giản, vùng xét được coi là một phần của mặt cầu có bán kính bằng bán kính trái đất trung bình  $R_m$ .

Với 3 trường hợp thể hiện trên hình 1, chúng ta so sánh chiều dài  $L$  trên mặt phẳng chân trời với chiều dài đường trắc địa  $S$  trên Ellipsoid, nhưng ở đây được thay bằng chiều dài cung vòng tròn lớn bán kính  $R_m$  (hình 1.a) hoặc bằng cung vòng tròn lớn bán kính  $R_m + H_G$  (hình 1.b). Trong trường hợp thứ 3 (hình 1.c), vị trí điểm trên mặt địa hình được chiếu thẳng theo phương pháp tuyến tại  $G$  xuống mặt phẳng nằm ngang mà không sử dụng tới Ellipsoid thực dụng.

### 2.1. Tính phạm vi khu đo theo giới hạn biến dạng chiều dài

Trên mặt phẳng chân trời chiều dài ngang  $L$  từ điểm gốc (hệ địa diện) đến điểm có tọa độ  $x$ ,  $y$  được tính theo công thức:

$$L = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (2)$$

Đối với trường hợp thứ nhất, ký hiệu  $S$  - chiều dài cung vòng tròn lớn trên mặt cầu bán kính  $R_m$ ,  $S$  được tính theo công thức:

$$S = R_m \cdot \varepsilon \quad (3)$$

Trong công thức trên, góc  $\varepsilon$  có giá trị nhỏ nên có thể tính theo công thức triển khai chuỗi lấy đến số hạng bậc ba [2]:

$$\varepsilon = \arcsin \frac{L}{R_m} \approx \frac{L}{R_m} + \frac{L^3}{6 \cdot R_m^3} \quad (4)$$

Thay (4) vào (3) thu được:

$$S = L + \frac{L^3}{6R_m^2} \quad (5)$$

Như vậy sự khác nhau giữa  $S$  và  $L$  là:

$$\delta L = S - L = \frac{L^3}{6 \cdot R_m^2} \quad \text{và} \quad \frac{\delta L}{L} = \frac{L^2}{6R_m^2} \quad (6)$$

Đối với trường hợp thứ hai, chiều dài cung vòng tròn lớn trên mặt cầu bán kính  $R = R_m + H_G$  được tính:

$$S' = R \cdot \varepsilon' \quad (7)$$

Theo đó, cũng có công thức tính biến dạng tương tự:

$$\delta L = S' - L = \frac{L^3}{6 \cdot R^2} \quad \text{và} \quad \frac{\delta L}{L} = \frac{L^2}{6R^2} \quad (8)$$

Tỷ lệ  $\frac{\delta L}{L}$  tính theo (6) và (8) là tương đương nhau khi độ cao  $H_G$  không quá lớn.

Hiện nay bằng các máy toàn đạc điện tử thông thường, có thể đo chiều dài cạnh ngắn dưới 1 km với sai số trung phương tương đối khoảng  $1/200000$ . Như vậy, ở khoảng cách ngắn, biến dạng chiều dài do phép chiếu trong khoảng  $10^{-6}$  là có thể chấp nhận được. Theo yêu cầu này, giá trị  $L$  phải thỏa mãn bất đẳng thức sau:

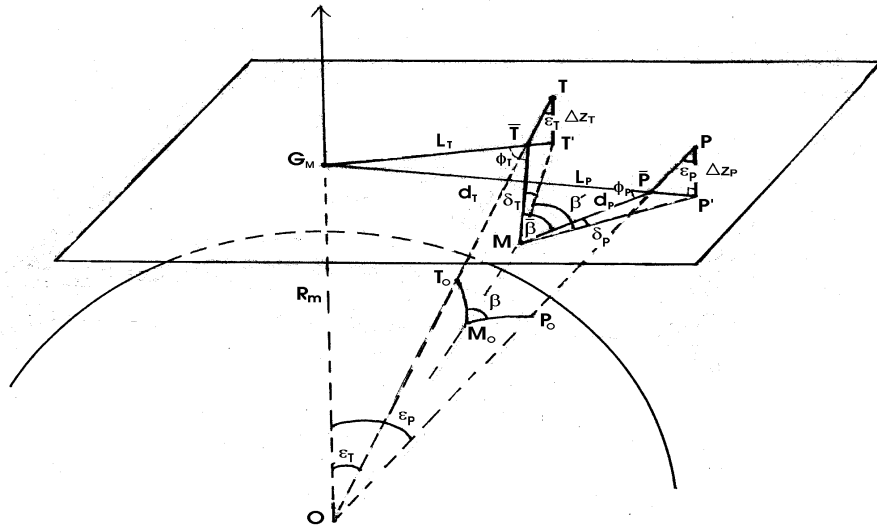
$$L \leq \frac{2,45 \cdot R}{1000} \quad (9)$$

Trong công thức (9) thay  $R = 6371$  km, nhận được  $L \leq 15,6$  km.

Như vậy theo yêu cầu của biến dạng chiều dài, hệ tọa độ địa diện có thể được thiết lập và sử dụng cho khu vực bao quanh điểm quy chiếu với bán kính ( $L$ ) là 15,6 km.

### 2.2. Công thức tính biến dạng góc ngang

Ký hiệu  $M$  là điểm trạm máy của góc cần xem xét. Lập mặt phẳng nằm ngang vuông góc với pháp tuyến tại điểm quy chiếu  $G$  và đi qua điểm  $M$  (hình 2). Như vậy mặt phẳng này song song với mặt phẳng chân trời của hệ địa diện. Ký hiệu  $T'$ ,  $P'$  là hình chiếu của điểm hướng trái  $T$  và điểm hướng phải  $P$  trên mặt phẳng nằm ngang vừa thiết lập.



Hình 2. Tính số cải chính biến dạng góc ngang

Trên mặt phẳng chân trời đó, góc ngang  $\beta'$  giữa 3 điểm đó được xác định theo công thức:

$$\beta' = \arctan \frac{y_{P'} - y_M}{x_{P'} - x_M} - \arctan \frac{y_{T'} - y_M}{x_{T'} - x_M}, \quad (10)$$

Góc ngang tính theo (10) bị biến dạng do phép chiếu lên mặt phẳng chân trời, đồng thời bị biến dạng do chênh cao giữa các điểm xét. Chỉ trong trường hợp điểm đặt máy M trùng với điểm quy chiếu G của hệ địa diện thì góc ngang tính theo (10) không bị biến dạng.

Góc ngang giữa 3 điểm T, M, T trên mặt đất được tính theo pháp tuyến tại điểm đặt máy M sẽ được xác định trong hệ địa diện thiết lập tại M được tính theo các góc phương vị trắc địa hướng phải  $A_{M,P}$  và góc phương vị trắc địa hướng trái  $A_{M,T}$  như sau:

$$\beta = A_{M,P} - A_{M,T}, \quad (11)$$

với  $A_{M,P} = \arctan \frac{y_P}{x_P}$ ,  $A_{M,T} = \arctan \frac{y_T}{x_T}$

trong đó:  $x_P, y_P, x_T, y_T$  là tọa độ trong hệ địa diện chân trời lập tại điểm đặt máy M.

Góc  $\beta$  tính theo (11) phản ánh giá trị đúng của góc đo trên mặt đất. Ở đây bỏ qua số cải chính  $\delta_3$  giữa cung pháp tuyến thuận và đường trắc địa vì ở khoảng cách ngắn dưới 10 km, số cải chính này gần bằng 0.

Giá trị biến dạng góc ngang là hiệu số giữa góc trên mặt phẳng  $\beta'$  tính theo (10) với góc trên mặt Ellipsoid tính theo (11):

$$\delta_\beta = \beta' - \beta, \quad (12)$$

Từ hình vẽ 2 có thể chứng minh công thức tính số cải chính biến dạng góc ngang do chênh cao giữa các điểm như sau:

Ký hiệu  $\bar{T}$  là giao điểm của đường nối điểm ngắm trái T với tâm O của Trái đất, trên mặt phẳng pháp tuyến đi qua điểm ngắm trái T, hai tam giác vuông  $G_M O \bar{T}$  và  $\bar{T} T T'$  đồng dạng với nhau, từ đó có:

$$\bar{T} T' = \frac{L_T}{R} \Delta z_T, \quad (13)$$

trong đó:  $L_T$  - khoảng cách từ điểm quy chiếu đến điểm trái,  $\Delta z_T$  - hiệu độ cao z (U) giữa điểm T và điểm M trong hệ địa diện.

Với các điểm xét có độ cao H không lớn, có thể thể coi  $R \approx R_m$ , khi đó lượng thay đổi hướng ngắm trái (trên mặt phẳng ngang) do ảnh hưởng của chênh cao  $\Delta z_T$  sẽ là:

$$\delta_T = \frac{\rho'' \cdot \Delta z_T \cdot L_T}{R_m \cdot d_T} \sin \Phi_T, \quad (14)$$

trong đó:  $d_T$  - chiều dài tia ngắm trái,  $\Phi_T$  - góc ngang tạo bởi hướng từ điểm ngắm trái đến điểm máy và đến điểm quy chiếu.

Tương tự như vậy, lượng thay đổi hướng ngắm phải cũng sẽ được tính theo công thức:

$$\delta_P = \frac{\rho'' \cdot \Delta z_P \cdot L_P}{R_m \cdot d_P} \sin \Phi_P, \quad (15)$$

Số cải chính biến dạng góc ngang do chênh cao giữa các điểm sẽ là hiệu số:

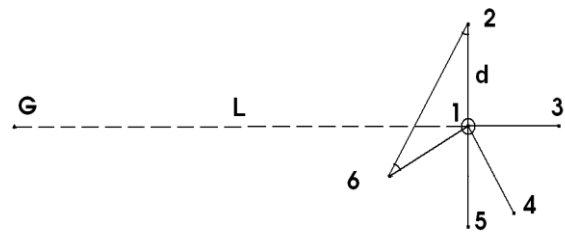
$$\Delta_{\beta} = \delta_P - \delta_T = \frac{\rho''}{R_m} \left( \frac{\Delta z_P L_P \sin \Phi_P}{d_P} - \frac{\Delta z_T L_T \sin \Phi_T}{d_T} \right), \quad (16)$$

Có thể thấy rằng độ lớn của số cải chính biến dạng góc ngang  $\Delta_{\beta}$  tỷ lệ thuận với các chênh cao  $\Delta z_P, \Delta z_T$  và các khoảng cách  $L_P, L_T$  đồng thời tỷ lệ nghịch với các chiều dài tia ngắm  $d_P, d_T$ .

Để xem xét mức độ biến dạng góc ngang trong trường hợp các điểm xét cùng độ cao và trường hợp có độ cao khác nhau, đồng thời để kiểm tra độ tin cậy của công thức (16), cần phải thực hiện tính toán khảo sát sau đây:

### 3. Tính toán khảo sát biến dạng góc ngang

Việc tính toán khảo sát biến dạng góc ngang được thực hiện trên mô hình không gian, có sơ đồ như hình 3.



Hình 3. Sơ đồ khảo sát biến dạng góc ngang

Trạm máy 1 có 5 góc tạo bởi 5 hướng là 1-2, 1-3, 1-4, 1-5 và 1-6. Khoảng cách giữa điểm máy 1 tới các điểm 2,3,4,5,6 lấy xấp xỉ 200 m, là chiều dài cạnh trung bình của lưới trắc địa công trình (trong xây dựng công trình dân dụng và công nghiệp). Để xét ảnh hưởng của độ cao, khảo sát được thực hiện cho 2 trường hợp, trường hợp A, các điểm nằm trên mặt Ellipsoid ( $H=0$ ) và trường hợp B, các điểm ở vùng núi, có độ cao trung bình 500 m và chênh cao giữa các điểm xét lớn nhất là 55 m (độ dốc lớn nhất là 55/200).

Tọa độ trắc địa B,L,H của các điểm xét trên hình 3 như sau: (bảng 1)

Bảng 1. Tọa độ trắc địa B,L H của các điểm xét

Điểm	B (o ' ")	L (o ' ")	Độ cao H (m)	
			Trường hợp A	Trường hợp B
1	20 02 41.1471	105 00 00.0000	0	550.0
2	20 02 47.6515	105 00 00.0000	0	495.0
3	20 02 41.1470	105 00 06.8829	0	500.0
4	20 02 35.5141	105 00 03.4414	0	502.5
5	20 02 34.6427	105 00 00.0000	0	500.0
6	20 02 37.8948	105 59 54.0393	0	497.5

Trong sơ đồ trên, vị trí điểm quy chiếu G của hệ địa diện được chọn cách điểm 1 với các khoảng cách L khác nhau như sau:

Bảng 2. Tọa độ điểm quy chiếu G của hệ địa diện trong các phương án

Phương án	L (km)	B (o ' ")	L (o ' ")
1	1	20 02 41.14616	104 59 25.58548
2	5	20 02 41.12384	104 57 07.92743
3	9	20 02 41.07177	104 54 50.26946
4	10	20 02 41.05410	104 54 15.85499
5	13	20 02 40.98993	104 52 32.61165
6	15	20 02 40.93786	104 51 23.78282
7	20	20 02 40.77512	104 48 31.71105

Trong trường hợp A, độ cao H điểm quy chiếu G được lấy bằng 0, trong trường hợp B được lấy là 500m.

### 3.1. Kiểm tra công thức tính số cải chính biến dạng góc ngang

Số cải chính biến dạng góc ngang (16) sẽ được so sánh với giá trị biến dạng (đúng) được tính theo công thức (12). Độ cao của các điểm xét trên hình 3 được tính theo trường hợp B của bảng 1 còn tọa độ điểm quy chiếu G lấy theo phương án 1 của bảng 2. Trong bảng 3 là giá trị biến dạng góc ngang  $\delta_\beta$  tính theo công thức (12) và số cải chính biến dạng  $\Delta_\beta$  tính theo công thức (16).

Có thể thấy rằng trong trường hợp góc xét cách điểm quy chiếu của hệ chân trời  $L=1$  km và chênh cao 55m (cạnh 200m), biến dạng góc ngang do chênh cao của các điểm đã có giá trị trên 13". Biến dạng này khá lớn, phải xét tới khi bình sai kết hợp trị đo góc ngang với các trị đo GPS trong hệ địa diện chân trời. Có thể kiểm tra tổng của ba số hiệu chỉnh biến dạng góc  $\Delta_\beta$  trong tam giác 1-2-6 ở ba dòng cuối bảng 3 có

giá trị bằng 0, hoàn toàn phù hợp với số dư mặt cầu trong trường hợp này rất nhỏ, gần bằng 0.

Giá trị số cải chính biến dạng góc ngang tính theo công thức (16) có thể coi là phù hợp với giá trị biến dạng tính theo công thức (12), sai khác lớn nhất chỉ là 0",02.

### 3.2. Tính phạm vi khu đo theo giới hạn biến dạng góc ngang

Ở trên chúng ta đã xác định được bán kính khu đo là 15,6 km theo yêu cầu biến dạng chiều dài không vượt quá  $10^{-6}$ . Tiếp theo, chúng ta tính toán biến dạng biến dạng góc ngang trong trường hợp không có chênh cao (trường hợp A) và trường hợp có chênh cao (trường hợp B) nhưng sau khi đã hiệu chỉnh biến dạng do chênh cao tính theo (16).

Tính toán được thực hiện với khoảng cách L khác nhau. Trong trường hợp B, chênh lệch góc sau hiệu chỉnh được tính:

$$\delta_\beta^{(H)} = \beta' - (\beta + \Delta_\beta), \quad (17)$$

trong đó:  $\Delta_\beta$  được tính theo công thức (16).

Bảng 3. Giá trị biến dạng góc ngang  $\delta_\beta$  và số cải chính biến dạng  $\Delta_\beta$

TT	Ký hiệu góc (T - M - P)	Góc trên mặt Ellipsoid ( $\beta$ )	Góc trên mặt phẳng ( $\beta'$ )	$\delta_\beta$ (")	$\Delta_\beta$ (")
1	2 - 1 - 3	90 00 00.00	90 00 08.89	8.89	8.90
2	3 - 1 - 4	60 00 00.00	60 00 06.65	6.65	6.66
3	4 - 1 - 5	30 00 00.00	30 00 01.43	1.43	1.43
4	5 - 1 - 6	59 59 59.92	59 59 56.08	-3.84	-3.85
5	6 - 1 - 2	120 00 00.08	119 59 46.95	-13.13	-13.15
6	2 - 6 - 1	30 00 00.00	30 00 04.43	4.43	4.43
7	1 - 2 - 6	29 59 59.92	30 00 08.63	8.71	8.72

Bảng 4. Giá trị biến dạng góc khi sử dụng hệ địa diện chân trời

Phương án	L (km)	Trường hợp A: $\delta_\beta$	Trường hợp B: $\delta_\beta^{(H)}$
1	1	0",00	0",02
2	5	0,03	0,08
3	9	0,09	0,20
4	10	0,11	0,23
5	13	0,19	0,35
6	15	0,25	0,44
7	20	0,45	0,70

Theo kết quả tính toán ở bảng 4 có thể thấy rằng, để biến dạng góc (hoặc sai lệch sau cải chính) không quá  $0''{,}2$ , tức bằng 20% sai số đo góc ngang chính xác (lấy là  $1''$ ) thì bán kính (L) sử dụng hệ tọa độ địa diện chân trời có thể đến 13 km nếu khu vực xét là bằng phẳng. Đối với vùng có chênh cao thì phạm vi sử dụng hẹp hơn, chỉ sử dụng trong phạm vi bán kính 9 km và phải tính số cải chính biến dạng góc ngang theo công thức (16)

#### 4. Kết luận

Qua nghiên cứu lý thuyết, chứng minh công thức và tính toán khảo sát, có thể rút ra một số kết luận sau:

1. Hệ tọa độ địa diện chân trời địa phương có thể sử dụng trong trắc địa công trình dân dụng và công nghiệp có diện tích gần với hình vuông hoặc tròn, không phù hợp cho các công trình dạng tuyến. Điểm quy chiếu của hệ địa diện cần chọn là điểm nằm gần trọng tâm của công trình.

2. Để bảo đảm biến dạng góc và biến dạng chiều dài không quá lớn, đối với khu vực bằng phẳng, bán kính khu vực xét có thể đến 13 km. Đối với vùng địa hình không bằng phẳng (độ

đốc giới hạn là 0,275) thì bán kính vùng xét chỉ lấy đến 9 km.

3. Trong hệ địa diện chân trời, biến dạng góc ngang do ảnh hưởng của chênh cao khá lớn. Để bình sai kết hợp góc ngang với các trị đo GPS trong hệ địa diện chân trời, trước khi bình sai cần phải tính số cải chính biến dạng góc ngang do chênh cao vào giá trị góc đo.

#### TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. Đặng Nam Chính, Trần Đình Trọng, 2010. Bình sai lưới GPS trong hệ tọa độ vuông góc không gian địa diện chân trời. Tạp chí Khoa học công nghệ xây dựng. Viện KHCN XD, Bộ xây dựng- số 2/2010.
- [2]. Brônstein Xêmendiaep, 1974. Sổ tay toán học dành cho các kỹ sư và học viên trường cao đẳng kỹ thuật (Trần Hùng Thao dịch).
- [3]. Quy chuẩn kỹ thuật quốc gia về xây dựng lưới độ cao. QCVN-11: 2008/BTNMT, 2008.
- [4]. Slawomir Celimer, Zofia Rzepecka, 2008. Common adjustment of GPS baselines with classical measurements. Olstyn University of Warmia and Mazury, Institute of Geodesy.

#### SUMMARY

##### **Determination of the limit when using of local Geodetic coordinate system for engineering surveying**

**Dang Nam Chinh**, *University of Mining and Geology*

**Le Van Hung**, *Vietnam Institute for Building Science and Technology*

In order to use the local topocentric coordinate system  $x, y, z$  (or  $N, E, U$ ) appropriately, the deformation range of length and horizontal angular represented from the ellipsoid on the horizontal plane of the local topocentric coordinate system should be examined. This paper presents the method for determination of the availability range of the local topocentric system for geodetic work and proposes the formula for calculation of the horizontal angular deformity correction.