

## XÁC ĐỊNH CÁC HÀM HIỆP PHƯƠNG SAI KHI TÍNH DỊ THƯỜNG TRỌNG LỰC BẰNG SỐ LIỆU ĐO CAO VỆ TINH SỬ DỤNG PHƯƠNG PHÁP COLLOCATION

NGUYỄN VĂN SÁNG, Trường Đại học Mỏ - Địa Chất

**Tóm tắt:** Bài báo trình bày phương pháp xác định các hàm hiệp phương sai của phần dư dị thường trọng lực, phần dư độ cao geoid, giữa phần dư dị thường trọng lực và phần dư độ cao geoid khi tính dị thường trọng lực bằng số liệu đo cao vệ tinh theo phương pháp Collocation. Bài báo cũng trình bày cách tính giá trị hàm hiệp phương sai thực nghiệm và xác định các hệ số của hàm hiệp phương sai lý thuyết tương ứng. Các tính toán thực nghiệm được thực hiện đối với số liệu đo cao vệ tinh ENVISAT trên Biển Đông.

### 1. Đặt vấn đề

Trong những năm gần đây, phương pháp Collocation được ứng dụng hiệu quả trong một số bài toán nội suy của trắc địa như: nội suy dị thường trọng lực; nội suy dị thường độ cao; nội suy độ lệch dây dọi v.v... Ở Việt Nam, phương pháp này chủ yếu được dùng để nội suy dị thường trọng lực hoặc dị thường độ cao của một điểm P từ những giá trị cùng loại của các điểm khác. Khi đó, các hàm hiệp phương sai thường được sử dụng là hàm Gaussian hoặc hàm Marcov v.v... Trong bài toán xác định dị thường trọng lực bằng số liệu đo cao vệ tinh sử dụng phương pháp Collocation, từ kết quả độ cao mặt biển sẽ tính ra được phần dư độ cao geoid  $\Delta N$ , giá trị này sẽ được sử dụng để nội suy dị thường trọng lực. Trong trường hợp này thì các hàm hiệp phương sai trên không còn sử dụng được nữa. Tscherning và Rapp [2] đã đề xuất biểu thức biểu diễn hàm hiệp phương sai của thể nhiều theo các hệ số hàm cầu điều hòa. Bài báo này sẽ trình bày cách xác định các hàm hiệp phương sai của phần dư dị thường trọng lực, phần dư độ cao geoid và giữa phần dư dị thường trọng lực và phần dư độ cao geoid khi xử lý số liệu đo cao vệ tinh bằng phương pháp Collocation. Bài báo cũng trình bày cách tính giá trị hàm hiệp phương sai thực nghiệm và xác định các hệ số của hàm hiệp phương sai lý thuyết tương ứng. Các số liệu thực nghiệm được thực hiện đối với số liệu đo cao vệ tinh ENVISAT.

### 2. Tính phần dư của dị thường trọng lực bằng số liệu đo cao vệ tinh theo bài toán Collocation cục bộ

Giả sử có  $n$  giá trị phần dư độ cao geoid  $\Delta \tilde{N}_1, \Delta \tilde{N}_2, \dots, \Delta \tilde{N}_n$ , theo bài toán Collocation cục bộ [2], giá trị phần dư dị thường trọng lực tại điểm P được tính bằng công thức:

$$\hat{\Delta g}_P = K_{1 \times n}^T (\Delta N, \Delta g_P) \times [K(\Delta N, \Delta N) + C_\Delta]_{n \times n}^{-1} \times \Delta \tilde{N}_{n \times 1}, \quad (1)$$

Độ chính xác tương ứng được đánh giá theo công thức:

$$\hat{\sigma}_{\Delta g}^2 = K_{1 \times 1} (\Delta g_P, \Delta g_P) - K_{1 \times n}^T (\Delta N, \Delta g_P) \times [K(\Delta N, \Delta N) + C_\Delta]_{n \times n}^{-1} \times K_{n \times 1} (\Delta N, \Delta g_P) \quad (2)$$

trong đó:

$K(\cdot, \cdot)$  – hàm hiệp phương sai;

$C_\Delta$  – ma trận hiệp phương sai sai số đo;

$\Delta N$  – phần dư độ cao geoid.

$$K^T(\Delta N, \Delta g_P) = [K(\Delta N_1, \Delta g_P) \quad K(\Delta N_2, \Delta g_P) \quad \dots \quad K(\Delta N_n, \Delta g_P)], \quad (3)$$

$$K(\Delta N, \Delta N) = \begin{bmatrix} K(\Delta N_1, \Delta N_1) & K(\Delta N_1, \Delta N_2) & \dots & K(\Delta N_1, \Delta N_n) \\ K(\Delta N_2, \Delta N_1) & K(\Delta N_2, \Delta N_2) & \dots & K(\Delta N_2, \Delta N_n) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ K(\Delta N_n, \Delta N_1) & K(\Delta N_n, \Delta N_2) & \dots & K(\Delta N_n, \Delta N_n) \end{bmatrix}, \quad (4)$$

$$C_\Delta = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{n1} & c_{n2} & \dots & c_{nn} \end{bmatrix}; \Delta \tilde{N} = \begin{bmatrix} \Delta \tilde{N}_1 \\ \Delta \tilde{N}_2 \\ \dots \\ \Delta \tilde{N}_n \end{bmatrix}, \quad (5)$$

### 3. Xác định hàm hiệp phương sai của phần dư độ cao geoid $K(\Delta N_i, \Delta N_j)$

Theo [2], hàm hiệp phương sai của thể nhiều có dạng

$$K(T_i, T_j) = \sum_{l=2}^{\infty} \sigma_l^2 \left( \frac{R^2}{r_i \cdot r_j} \right)^{l+1} P_l(\cos \psi), \quad (6)$$

Mối quan hệ giữa thể nhiều  $T$ , độ cao geoid  $N$  và trọng lực chuẩn  $\gamma$  [1]

$$N = \frac{T}{\gamma}, \quad (7)$$

Từ công thức (6) và (7), ta có

$$K(\Delta N_i, \Delta N_j) = \left( \frac{T}{\gamma_i} \right) (T_i) \cdot \left( \frac{T}{\gamma_j} \right) (T_j), \quad (8)$$

$$\times \sum_{l=2}^{\infty} \sigma_l^2 \left( \frac{R^2}{r_i \cdot r_j} \right)^{l+1} P_l(\cos \psi)$$

Rút gọn thành:

$$K(\Delta N_i, \Delta N_j) = \frac{1}{\gamma_i \cdot \gamma_j} \sum_{l=2}^{\infty} \sigma_l^2 \left( \frac{R^2}{r_i \cdot r_j} \right)^{l+1} P_l(\cos \psi), \quad (9)$$

trong đó:

$T$  – thể nhiều;

$P_l(\cos \psi)$  – đa thức Lagrang bậc  $l$ ;

$\psi$  – khoảng cách cầu giữa điểm  $i$  và  $j$ ;

$r_i$  và  $r_j$  – khoảng cách đến điểm  $i$  và  $j$  tính từ gốc tọa độ;

$\gamma_i, \gamma_j$  – trọng lực chuẩn;

$\sigma_l^2$  – phương sai của thể nhiều

$$\sigma_l^2 = \left( \frac{GM}{R} \right)^2 \left( \sum_{m=0}^l c_{lm}^2 + \sum_{m=0}^l s_{lm}^2 \right); \quad (10)$$

$G$  – hằng số trọng trường;

$M$  – trọng lượng trái đất;

$R$  – bán kính trung bình của Trái Đất;

$c_{lm}, s_{lm}$  – các hệ số tiêu chuẩn cấp  $l$  bậc  $m$ .

### 4. Xác định hàm hiệp phương sai giữa phần dư độ cao geoid và phần dư dị thường trọng lực $K(\Delta N_i, \Delta g_p)$

Theo [1], chúng ta có quan hệ

$$\Delta g = - \frac{\partial T}{\partial r} - \frac{2}{r} \cdot T, \quad (11)$$

Từ công thức (6), (7) và (11) ta có:

$$K(\Delta N_i, \Delta g_p) = \left( \frac{T}{\gamma_i} \right) (T_i) \cdot \left( - \frac{\partial}{\partial r_p} - \frac{2}{r_p} \right) (T) \times, \quad (12)$$

$$\times \sum_{l=2}^{\infty} \sigma_l^2 \left( \frac{R^2}{r_i \cdot r_p} \right)^{l+1} P_l(\cos \psi)$$

$$K(\Delta N_i, \Delta g_p) = \frac{1}{\gamma_i} \times \text{và} \sum_{l=2}^{\infty} \sigma_l^2 \frac{(1-l)}{r_p} \left( \frac{R^2}{r_i \cdot r_p} \right)^{l+1} P_l(\cos \psi), \quad (13)$$

### 5. Xác định hàm hiệp phương sai của phần dư dị thường trọng lực $K(\Delta g_i, \Delta g_j)$

Từ công thức (6) và (11) ta nhận được:

$$K(\Delta g_i, \Delta g_j) = \left( - \frac{\partial}{\partial r_i} - \frac{2}{r_i} \right) (T_i) \times, \quad (14)$$

$$\times \left( - \frac{\partial}{\partial r_j} - \frac{2}{r_j} \right) (T_j) \sum_{l=2}^{\infty} \sigma_l^2 \left( \frac{R^2}{r_i \cdot r_j} \right)^{l+1} P_l(\cos \psi)$$

$$\text{và} \quad K(\Delta g_i, \Delta g_j) = \sum_{l=2}^{\infty} \sigma_l^2 \frac{(1-l)^2}{r_i \cdot r_j} \left( \frac{R^2}{r_i \cdot r_j} \right)^{l+1}, \quad (15)$$

$P_l(\cos \psi)$

Trong thực tế, các hàm hiệp phương sai theo (9), (13) và (15) chỉ có thể tính đến bậc  $N$  hữu hạn, thành phần còn lại phải được mô hình hóa. Theo [2], hàm hiệp phương sai toàn cầu của thể nhiều được xác định theo công thức:

$$K(T_i, T_j) = a \sum_{l=2}^N d_l \left( \frac{R^2}{r_i \cdot r_j} \right)^{l+1} P_l(\cos \psi) +, \quad (16)$$

$$+ \sum_{l=N+1}^{\infty} \frac{A}{(1-l)(1-2)(1+b)} \left( \frac{R_B^2}{r_i \cdot r_j} \right)^{l+1} P_l(\cos \psi)$$

trong đó:

$a$  – tham số bổ sung;

$d_l$  – phương sai của các hệ số đến bậc  $N$ ;

$b$  – là một số, thường được chọn là 4;

$A$  – hằng số có đơn vị là  $(m/s)^4$ ;

$R$  – bán kính trung bình trái đất;

$R_B$  – bán kính của hình cầu có tâm trùng với tâm vật chất trái đất.

Tương ứng với (16), hàm hiệp phương sai của phần dư độ cao geoid (9) có dạng:

$$K(\Delta N_i, \Delta N_j) = a \sum_{l=2}^N d_l \frac{1}{\gamma_i \cdot \gamma_j} \left( \frac{R^2}{r_i \cdot r_j} \right)^{l+1} P_l(\cos \psi) +, \quad (17)$$

$$+ \sum_{l=N+1}^{\infty} \frac{A}{(1-2)(1+b)} \frac{1}{\gamma_i \cdot \gamma_j} \left( \frac{R_B^2}{r_i \cdot r_j} \right)^{l+1} P_l(\cos \psi)$$

hàm hiệp phương sai giữa phần dư dị thường trọng lực và phần dư độ cao geoid (13) có dạng:

$$K(\Delta N_i, \Delta g_p) = \frac{a}{\gamma_i} \sum_{l=2}^N d_l \frac{(1-l)}{r_p} \left( \frac{R^2}{r_i r_p} \right)^{l+1} P_l(\cos \psi) + \frac{1}{\gamma_i} \sum_{l=N+1}^{\infty} \frac{A}{(1-2)(1+b)} \frac{1}{r_p} \left( \frac{R_B^2}{r_i r_p} \right)^{l+1} P_l(\cos \psi) \quad (18)$$

và hàm hiệp phương sai dị thường trọng lực (15) có dạng:

$$K(\Delta g_i, \Delta g_j) = a \sum_{l=2}^N d_l \frac{(1-l)^2}{r_i r_j} \left( \frac{R^2}{r_i r_j} \right)^{l+1} P_l(\cos \psi) + \sum_{l=N+1}^{\infty} \frac{A}{(1-2)(1+b)} \frac{(1-l)}{r_i r_j} \left( \frac{R_B^2}{r_i r_j} \right)^{l+1} P_l(\cos \psi) \quad (19)$$

### 6. Xác định hiệp phương sai thực nghiệm

Theo [2], các giá trị của hàm hiệp phương sai thực nghiệm phần dư độ cao geoid được tính bằng công thức:

$$\hat{K}_{\Delta N}(\psi_i) = \frac{1}{m_i} \sum_{n=1}^{m_i} [\Delta N(P) \cdot \Delta N(P')]_n \quad (20)$$

trong đó:

P và P' – tất cả các điểm có giá trị phần dư độ cao geoid có khoảng cách cầu  $\psi$  thỏa mãn điều kiện

$$\psi_i - \frac{\Delta \psi}{2} \leq \psi \leq \psi_i + \frac{\Delta \psi}{2}; \quad (21)$$

$m_i$  – số lượng tích có được;

$\Delta \psi$  – khoảng cách cầu giữa các điểm trong tập hợp số liệu,  $\psi_i - \Delta \psi/2 = 0$ , nếu  $\psi_i < \Delta \psi/2$ .

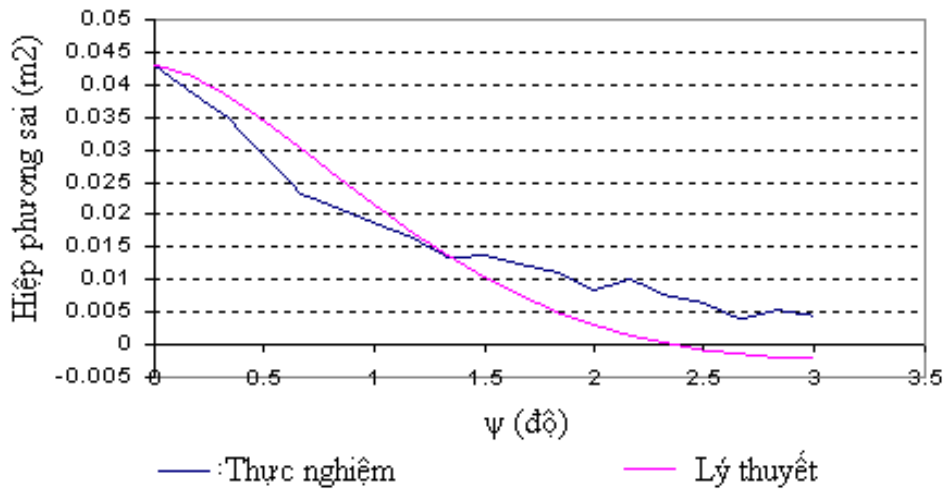
Các giá trị thực nghiệm tìm được sẽ được xấp xỉ với hàm lý thuyết dạng (17) để tìm ra các tham số a,  $d_l$ , N, A, và  $R_B$ . Các giá trị của các hàm hiệp phương sai được tính theo các công thức (17), (18) và (19).

### 7. Tính toán thực nghiệm

Các tính toán thực nghiệm được thực hiện đối với số liệu đo cao vệ tinh ENVISAT chu kỳ thứ 81 trên Biển Đông [5]. Khoảng cách cầu giữa các điểm là  $\Delta \psi = 10'$ . Các giá trị hiệp phương sai thực nghiệm được tính trong khoảng  $0^0 \leq \psi \leq 3^0$  (phù hợp với kích thước vùng tính). Các giá trị thực nghiệm được tính toán bằng chương trình “EmpCov”. Quá trình xấp xỉ giá trị thực nghiệm và hàm lý thuyết được thực hiện bằng chương trình “Covfit” [3]. Các giá trị hiệp phương sai thực nghiệm và lý thuyết được trình bày trên bảng 1. Đồ thị của hàm thực nghiệm và hàm lý thuyết trình bày trên hình 1. Các tham số nhận được là:  $N = 80$ ,  $a = 0,5371$ ,  $R_B - R = -0,96509$  km,  $A = 26\,400$  (m/s)<sup>4</sup>, phương sai của dị thường trọng lực = 21,93 mgal<sup>2</sup>.

Bảng 1. Phương sai thực nghiệm của phần dư độ cao geoid và kết quả xấp xỉ hàm đối với số liệu đo cao vệ tinh ENVISAT chu kỳ 81

№	$\psi_i$ (°)	Hiệp phương sai, m <sup>2</sup>		№	$\psi_i$ (°)	Hiệp phương sai, m <sup>2</sup>	
		Thực nghiệm	Lý thuyết			Thực nghiệm	Lý thuyết
1	0.0000	0.0429	0.0429	11	1.6670	0.0122	0.0075
2	0.1670	0.0389	0.0414	12	1.8330	0.0112	0.0051
3	0.3330	0.0349	0.0383	13	2.0000	0.0083	0.0030
4	0.5000	0.0292	0.0344	14	2.1670	0.0100	0.0014
5	0.6670	0.0232	0.0301	15	2.3330	0.0076	0.0002
6	0.8330	0.0211	0.0257	16	2.5000	0.0065	-0.0008
7	1.0000	0.0188	0.0214	17	2.6670	0.0038	-0.0014
8	1.1670	0.0164	0.0174	18	2.8330	0.0054	-0.0018
9	1.3330	0.0135	0.0137	19	3.0000	0.0044	-0.0020
10	1.5000	0.0137	0.0104				



Hình 1. Đồ thị hiệp phương sai thực nghiệm của phần dư độ cao geoid và hàm lý thuyết tương ứng của số liệu đo cao vệ tinh ENVISAT chu kỳ 81

## 8. Kết luận

- Các hàm hiệp phương sai mà bài báo đã sử dụng và đưa ra là chặt chẽ về lý thuyết và khả thi trong tính toán thực nghiệm.

- Các kết quả nghiên cứu của bài báo có thể được áp dụng trong xử lý số liệu đo cao vệ tinh giải quyết các bài toán mới về nghiên cứu hình dáng, kích thước, thể trọng trường của Trái đất.

## TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1]. Bernhard Hofmann-Wellenhof, Helmut Moritz, 2005. Physical Geodesy, Springer Wien, New York.

[2]. Neiman. Y. M., 2010. Phương pháp hiệp phương sai trong trắc địa vật lý và Collocation, Matxcova (tiếng Nga).

[3]. Nguyễn Văn Sáng, 2012. Cung cấp trọng lực cho vùng biển Việt Nam bằng kết quả đo cao vệ tinh. Luận án tiến sỹ kỹ thuật, Matxcova (tiếng Nga).

[4]. Rene Forsberg, C.C. Tscherning, 2008. Geodetic Gravity Field Modelling Programs. National Space Institute and Niels Bohr Institute, University of Copenhagen, Denmark.

[5]. Veronique Amans, Henri Laur, 2007. Access to Envisat data, European Space Agency.

## SUMMARY

### Determination of the covariance functions for computation of the gravity anomaly from ENVISAT altimetry data using the Collocation method

Nguyen Van Sang, University of Mining and Geology

The paper presents method to determine the covariance functions of residues of gravity anomaly, residues of geoid height, residues of gravity anomaly and residues of geoid height for computation of the gravity anomaly from ENVISAT altimetry data using the Collocation method. The paper also presents method to compute the value of the empirical covariance functions and determine the coefficients of the corresponding theoretical covariance functions. The case study was applied to compute for ENVISAT altimetry data in the East Sea.