Tạp chí KHKT Mỏ - Địa chất, số 49, 01-2015, tr.77-81

TRẮC ĐỊA – ĐỊA CHÍNH – BẢN ĐỒ (trang 77-108)

NGHIÊN CỨU CƠ SỞ LÝ THUYẾT ĐỊNH VỊ LƯỚI TRẮC ĐỊA TỰ DO

TRẦN KHÁNH, NGUYỄN VIỆT HÀ, *Trường Đại học Mỏ - Địa chất*

Tóm tắt: *Bài báo có nội dung xác lập cơ sở lý thuyết cho việc định vị các mạng lưới trắc địa tự do. Thuật toán định vị lưới được xây dựng trên cơ sở bài toán xác định tham số chuyển đổi tọa độ Helmert, giải pháp này cho phép thực hiện việc định vị lưới một cách linh hoạt. phù hợp với yêu cầu đối với từng bài toán cụ thể trong quá trình xử lý số liệu lưới trắc địa tự do. Luận cứ nêu ra trong bài báo có logic chặt chẽ, đã được kiểm chứng cả về phương diện lý thuyết và thực tế. Kết quả bài báo giúp cho việc ứng dụng phương pháp bình sai lưới trắc địa tự do để giải quyết các bài toán khác nhau của chuyên ngành trắc địa công trình.*

1. Đặt vấn đề

Phụ thuộc vào số lượng số liệu gốc, lưới trắc địa được chia thành 2 loại là lưới phụ thuộc và lưới tự do. Lưới trắc địa tự do là loại lưới mà trong đó không có đủ số liệu gốc tối thiểu cần thiết cho việc định vị, số lượng các yếu tố gốc còn thiếu trong lưới được gọi là số khuyết của lưới và ký hiệu bằng d, còn bản thân lưới được gọi là lưới tự do bậc d.

Có thể thực hiện bình sai lưới tự do theo 2 phương án, phương án thứ nhất là bình sai mà không cần định vị mạng lưới (theo phương án này chỉ thực hiện tính véc tơ trị bình sai của các đại lượng đo), phương án thứ hai là bình sai kết hợp với định vị lưới (phương án bình sai này cho phép đồng thời xác định véc tơ trị bình sai của các đại lượng đo và tọa độ các điểm trong mạng lưới). Trong bài báo này sẽ khảo sát vấn đề định vị lưới trắc địa tự do khi thực hiện bình sai theo phương án 2, là phương án tạo ra nhiều ứng dụng trong trắc địa công trình.

2. Cơ sở lý thuyết bình sai và định vị lưới tự do

2.1. Mô hình bài toán bình sai lưới tự do

Giả sử mạng lưới tự do được bình sai theo phương pháp bình sai gián tiếp với ẩn số là véc tơ số hiệu chỉnh tọa độ (δX) của tất cả các điểm trong lưới, khi đó xác định được hệ phương trình số hiệu chỉnh dạng:

$$A\delta X + L = V\,, \qquad (1)$$

với A là ma trận hệ số, δX, V, L tương ứng là các véc tơ ẩn số, số hiệu chỉnh và số hạng tự do.

Từ hệ phương trình số hiệu chỉnh (1), áp dụng nguyên lý số bình phương nhỏ nhất sẽ thành lập được hệ phương trình chuẩn:

$$R\delta X + b = 0\,. \qquad (2)$$

Ma trận hệ số R của hệ phương trình (2) suy biến, do đó hệ phương trình trên có vô số nghiệm. Để xác định được một véc tơ nghiệm riêng cần phải đưa vào một hệ phương trình điều kiện ràng buộc đối với véc tơ ẩn số [1, 2]:

$$C^T\delta X = 0\,. \qquad (3)$$

Trong biểu thức (3), các phần tử của ma trận C là tuỳ chọn nhưng cần phải thoả mãn 2 điều kiện::

1- Số lượng phương trình điều kiện bằng số khuyết trong mạng lưới.

2- Các cột của ma trận C phải độc lập tuyến tính đối với các hàng của ma trận A.

Khi đó véc tơ nghiệm của bài toán bình sai được xác định theo công thức [1, 2]:

$$\delta X = -(R + CC^T)^{-1}b\,. \qquad (4)$$

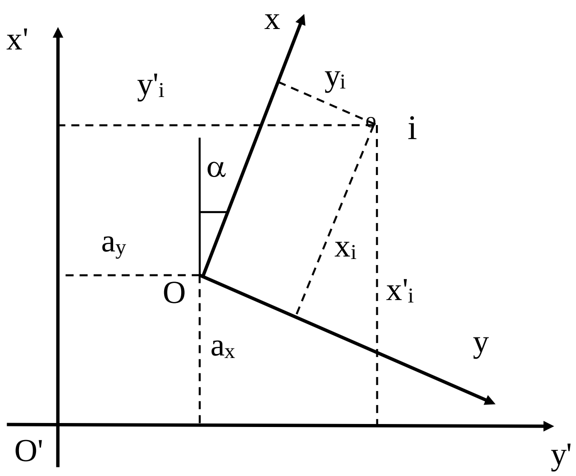
Trên cơ sở phân tích mô hình của phương pháp bình sai lưới tự do có thể nhận thấy là có vô số tập hợp véc tơ nghiệm (và tương ứng sẽ có vô số tập hợp tọa độ bình sai) thoả mãn hệ phương trình chuẩn $R\delta X+b = 0$. Điều kiện bổ sung (3) $C\delta X = 0$ được đưa ra là để khử tính vô định của hệ phương trình chuẩn (2) và có tác dụng xác định véc tơ tọa độ bình sai các điểm của mạng lưới tự do (vì vậy có thể goi ma trận C là ma trận định vị lưới).

2.2. Định vị lưới tự do

Trong phần này sẽ xem xét cơ sở lý thuyết của việc định vị lưới mặt bằng tự do, các suy luận đối với lưới mặt bằng cũng có thể được mở rộng để áp dụng cho lưới độ cao và lưới không gian 3 chiều.

Giả định lưới mặt bằng tự do đã được bình sai, tọa độ các điểm lưới (x,y) được xác định trong hệ tọa độ xOy, cần định vị lại mạng lưới này trong hệ tọa độ x'O'y'. Cần tính chuyển tọa độ các điểm lưới từ hệ xOy sang hệ x'O'y', nếu áp dụng phép chuyển đổi đồng dạng thì công thức chuyển đổi tọa độ giữa 2 hệ tọa độ phẳng có dạng sau (hình 1):

$$\begin{aligned} x' &= a_x + m.x.\cos\alpha - m.y.\sin\alpha \\ y' &= a_y + m.y.\cos\alpha + m.x.\sin\alpha \end{aligned}, \qquad (5)$$



Hình 1. Mối quan hệ giữa 2 hệ tọa độ phẳng

Việc tính chuyển sẽ thực hiện được nếu biết véc tơ chuyển đổi Z= (a_x a_y α m)^T, Trong trường hợp có một số điểm có tọa độ cả trong 2 hệ xOy và x'O'y' (điểm song trùng) thì việc xác định véc tơ tham số Z được thực hiện theo trình tự sau:

1- Lấy giá trị gần đúng của véc tơ Z là $Z_{(0)}$ = (0 0 0 1)^T. Khai triển tuyến tính biểu thức (5) theo các biến (a_x, a_y, α, m) và lưu ý rằng trong thực tế α ≈ 0, m ≈ 1, xác định được:

$$\begin{bmatrix} x_i' \\ y_i' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & y_i & x_i \\ 0 & 1 & -x_i & y_i \end{bmatrix} \times \times \begin{bmatrix} \delta a_x & \delta a_y & \delta\alpha & \delta m \end{bmatrix}^T + \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix}; \qquad (6)$$

$$X_i' = \begin{bmatrix} x_i' \\ y_i' \end{bmatrix}; X_i = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix};$$

kí hiệu: $\delta Z = \left[\delta a_x\, \delta a_y\, \delta\alpha\, \delta m\right]^T$; (7)

$$B_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & y_i & x_i \\ 0 & 1 & -x_i & y_i \end{bmatrix}.$$

2- Coi véc tơ tọa độ (X') là véc tơ trị đo, trên cơ sở biểu thức (6) và tọa độ của các điểm song trùng sẽ lập được hệ phương trình số hiệu chỉnh:

$$V_X = B\delta Z + (X - X'), \qquad (8)$$

trong công thức (8) sử dụng các kí hiệu:

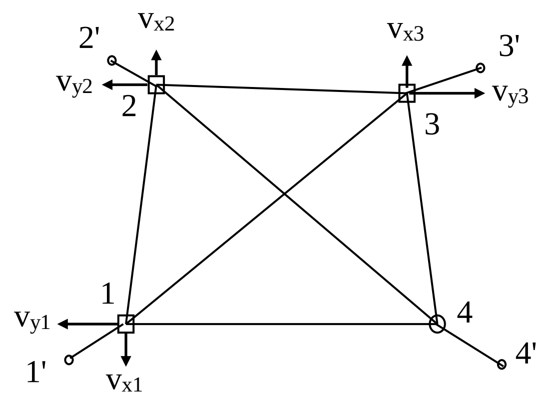
$$B = (B_1\, B_2 ... B_k)^T;\; X = (X_1\, X_2 ... X_k)^T;$$

$$X' = (X_1'\, X_2' ... X_k')^T.$$

3- Trên cơ sở hệ phương trình số hiệu chỉnh (8), dựa theo nguyên lý số bình phương nhỏ nhất để xác định véc tơ ẩn số δZ và từ đó tính được véc tơ tham số chuyển đổi tọa độ Z.

Khi tính chuyển tọa độ phẳng theo điểm song trùng thường áp dụng nguyên tắc: *"Tổng bình phương độ lệch tọa độ của các diểm song trùng là nhỏ nhất"* (hình 2). Nguyên tắc định vị trên được thể hiện bằng biểu thức [3]:

$$V_x^T V_x = \left[v_x^2 + v_y^2\right] = Min,$$



Hình 2. Định vị lưới mặt bằng tự do
1, 2, 3, 4: *Vị trí các điểm lưới sau khi định vị*
1', 2', 3': *Vị trí các điểm song trùng trong hệ tọa độ x'O'y'*

Từ các công thức (8, 9) và dựa trên bổ đề Gauss sẽ xác định được đẳng thức:

$$B^T V_X = 0. \qquad (10)$$

Nếu trong bài toán bình sai lưới trắc địa tự do coi véc tơ tọa độ gần đúng của các điểm lưới được xác định trong hệ tọa độ x'O'y', tọa độ các điểm lưới sau bình sai được xác định trong hệ xOy, khi đó véc tơ V_x trong công thức (10) cũng chính là véc tơ δX trong công thức (3), từ đó có thể viết lại công thức (10) dưới dạng:

$$B^T \delta X = 0, \tag{11}$$

So sánh các công thức (3) và (11) sẽ rút ra, nếu coi một số điểm lưới là điểm song trùng và nhận tọa độ gần đúng của các điểm đó là số liệu để định vị mạng lưới thì cần phải chọn ma trận C (đối với điểm song trùng i) theo công thức: $C_i = B_i$, cụ thể là:

$$C_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & y_i & x_i \\ 0 & 1 & -x_i & y_i \end{bmatrix}, \tag{12}$$

Để xác định biểu thức C đối với các điểm còn lại trong mạng lưới cần lưu ý đến một tính chất của véc tơ tọa độ bình sai lưới tự do, được phát biểu như sau: *Véc tơ tọa độ bình sai lưới tự do phụ thuộc vào tọa độ gần đúng của các điểm có $C \neq 0$ và không phụ thuộc vào tọa độ gần dúng của các điểm có $C = 0$* [2]. Như vậy đối với điểm (i) không đóng vai trò định vị trong mạng lưới, cần chọn C theo công thức:

$$C_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \tag{13}$$

Từ những điều đã trình bày ở trên có thể suy ra quy tắc chung chọn ma trận định vị C khi thực hiện bình sai lưới mặt bằng tự do như sau:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \ldots & 1 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \ldots & 0 & 1 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 \\ y_1 & -x_1 & \ldots & y_t & -x_t & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 \\ x_1 & y_1 & \ldots & x_t & y_t & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \delta x_1 \\ \delta y_1 \\ \ldots \\ \delta x_k \\ \delta y_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \tag{14}$$

Trong công thức (14): Các điểm từ 1 đến t là các điểm được sử dụng để định vị lưới, các điểm còn lại không được sử dụng để định vị lưới.

Từ biểu thức (14) rút ra hệ quả: Véc tơ ẩn số của tập điểm định vị phải thoả mãn các đẳng thức sau:

$$\left.\begin{array}{l} [\delta x] = 0 \\ [\delta y] = 0 \\ [y.\delta x - x.\delta y] = 0 \\ [x.\delta x + y.\delta y] = 0; \end{array}\right\}, \tag{15}$$

Biểu thức (15) được sử dụng để kiểm tra quá trình tính toán.

Các phương trình (1, 2, 3 ,4) trong 2 công thức (12 14) và (15) tương ứng với tập số liệu gốc tối thiểu trong lưới mặt bằng là (X, Y, α, m), nếu số liệu gốc nào đã có trong mạng lưới thì sẽ không còn tồn tại phương trình tương ứng nữa.

Bằng lý luận tương tự đối với lưới độ cao tự do cũng sẽ rút ra được cách thức lựa chọn ma trận định vị C như sau:

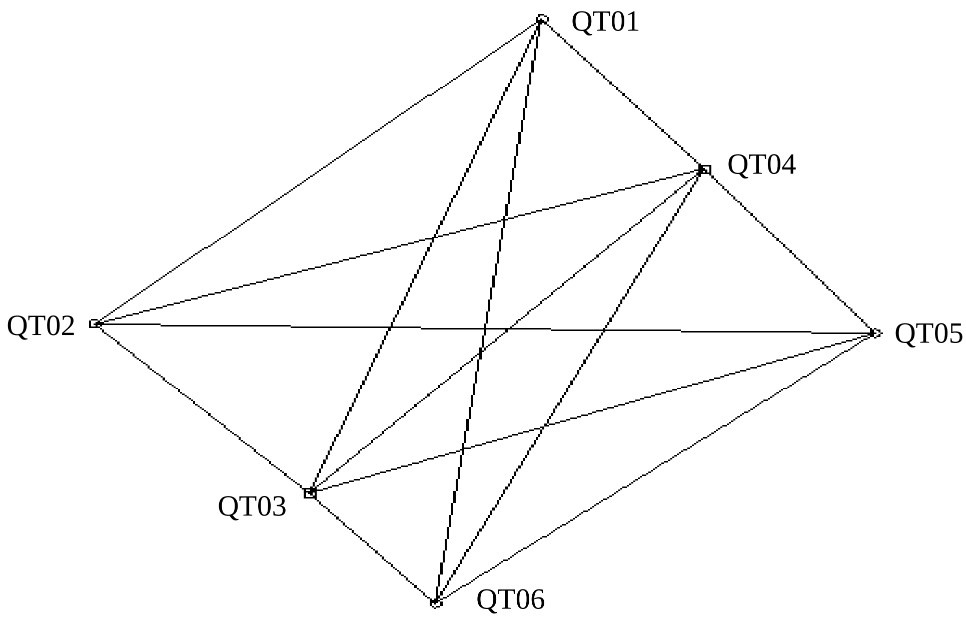
$$\left.\begin{array}{l} C_i = 1 - \text{Nếu i là điểm định vị} \\ C_i = 0 - \text{Nếu i không phải là điểm định vị} \end{array}\right\}. \quad 16)$$

3. Tính toán thực nghiệm

Tính toán thực nghiệm được thực hiện đối với một mạng lưới đo góc- cạnh tự do. Định vị lưới được thực hiện theo 3 phương án với lần lượt 6, 4 và 2 điểm định vị. Tọa độ gần đúng các điểm lưới đưa ra trong bảng 1, số liệu đo chiều dài và đo góc trong mạng lưới được đưa ra trong các bảng 2 và 3.

Bảng 1. Tọa độ gần đúng các điểm của mạng lưới

Số TT	Tên điểm	Tọa độ		Số TT	Tên điểm	Tọa độ	
		x'(m)	y'(m)			x'(m)	y'(m)
1	QT01	40249,1586	5810,0612	4	QT04	40073,8189	5940,8339
2	QT02	39892,8712	5449,7162	5	QT05	39882,0591	6078,2077
3	QT03	39695,1380	5622,7238	6	QT06	39566,0477	5724,4734



Hình 3. Sơ đồ lưới thực nghiệm

Bảng 2. Trị đo cạnh trong mạng lưới

Số TT	Ký hiệu cạnh		Cạnh đo (m)	Số cải chính (mm)	Số TT	Ký hiệu cạnh		Cạnh đo (m)	Số cải chính (mm)
	Đầu	Cuối				Đầu	Cuối		
1	QT01	QT02	506,7369	-2,3	8	QT03	QT04	494,5659	-2,4
2	QT01	QT03	584,8344	-2,8	9	QT03	QT05	492,3492	-1,5
5	QT02	QT04	523,3947	-2,5	12	QT04	QT06	551,9455	-2,0
6	QT02	QT05	628,5888	-1,9	13	QT05	QT06	474,3314	-0,9
7	QT02	QT03	262,7391	-1,8					

Bảng 3. Trị đo góc trong mạng lưới

Số TT	Ký hiệu góc			Góc đo (o ' ")	Số TT	Ký hiệu góc			Góc đo (o ' ")
	Trái	Giữa	Phải			Trái	Giữa	Phải	
1	QT04	QT01	QT06	43 51 35,3	11	QT05	QT04	QT06	58 41 44,2
2	QT06	QT01	QT03	11 32 28,0	12	QT06	QT04	QT03	16 57 11,0
5	QT04	QT02	QT05	21 12 41,8	15	QT06	QT05	QT03	19 27 50,9
6	QT05	QT02	QT03	47 49 47,4	16	QT03	QT05	QT02	23 17 53,0
7	QT02	QT03	QT01	59 51 57,4	17	QT02	QT05	QT04	53 23 48,5
8	QT01	QT03	QT04	21 21 00,1	18	QT03	QT06	QT01	45 23 12,1
9	QT04	QT03	QT05	27 39 22,3	19	QT01	QT06	QT04	15 56 16,6
10	QT05	QT03	QT06	74 03 58,5	20	QT04	QT06	QT05	25 08 42,1

Tọa độ bình sai các điểm của mạng lưới thực nghiệm tính theo theo 3 phương án định vị khác nhau được đưa ra trong bảng 4. Trong bảng 5 trình bày kết quả kiểm tra quá trình định vị lưới (theo các chỉ tiêu thể hiện qua công thức 9 và 14). Kết quả kiểm tra đã minh chứng cho tính đúng đắn của thuật toán định vị nêu trong bài báo.

Bảng 4. Tọa độ bình sai theo các phương án định vị khác nhau

Tên điểm	Định vị theo 6 điểm (QT01÷ QT06)		Định vị theo 4 điểm (QT01, QT03, QT04, QT06)		Định vị theo 2 điểm (QT03, QT04)	
	x(m)	y(m)	x(m)	y(m)	x(m)	y(m)
QT01	40249,1552	5810,0555	40249,1554	5810,0578	40249,1551	5810,0531
QT02	39892,8749	5449,7165	39892,8769	5449,7171	39892,8737	5449,7153
QT03	39695,1384	5622,7243	39695,1395	5622,7238	39695,1377	5622,7236
QT04	40073,8189	5940,8359	40073,8185	5940,8374	40073,8192	5940,8341
QT05	39882,0570	6078,2096	39882,0558	6078,2101	39882,0576	6078,2084
QT06	39566,0491	5724,4744	39566,0498	5724,4733	39566,0488	5724,4740

Bảng 5. Kiểm tra kết quả tính toán theo các phương án định vị khác nhau

Tên điểm	Định vị theo 6 điểm (QT01÷ QT06)		Định vị theo 4 điểm (QT01, QT03, QT04, QT06)		Định vị theo 2 điểm (QT03, QT04)	
	δx(mm)	δy(mm)	δx(mm)	δy(mm)	δx(mm)	δy(mm)
QT01	3,4	5,7	3,2	3,4	3,5	8,1
QT02	-3,7	-0,3	-4,7	-0,9	-2,5	0,9
QT03	-0,4	-0,5	-1,5	0,0	0,3	0,2
QT04	0,0	-2,0	0,4	-3,5	-0,3	-0,2
QT05	2,1	-1,9	3,3	-2,4	1,5	-0,7
QT06	-1,4	-1,0	-2,1	0,1	1,1	-0,6
Kiểm tra điều kiện: $V_x^T V_x = \left[v_x^2 + v_y^2\right] = Min$						
	Σ_6	74,28	Σ_6	80,74	Σ_6	89,49
	Σ_4	52,22	Σ_4	41,09	Σ_4	79,69
	Σ_2	4,58	Σ_2	14,97	Σ_2	0,24
Kiểm tra điều kiện: $[\delta x] = 0;\ [\delta y] = 0;\ [y.\delta x - x.\delta y] = 0$						
	[δx] = 0,0	[δy] = 0,0	[δx] = 0,0	[δy] = 0,0	[δx] = 0,0	[δy] = 0,0
	[yδx-xδy]	0,0	[yδx-xδy]	0,0	[yδx-xδy]	0,0

4. Kết luận

1- Trong bài báo đã khảo sát cơ sở lý thuyết của việc định vị các mạng lưới trắc địa tự do. Luận cứ đưa ra có tính chặt chẽ và đã được kiểm chứng cả về mặt lý thuyết cũng như thực tế sản xuất.

2- Nội dung và kết quả bài báo giúp cho việc ứng dụng một cách linh hoạt phương pháp bình sai lưới trắc địa tự do để giải quyết các bài toán khác nhau của chuyên ngành trắc địa công trình.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1]. Iu.I. Markuze, 1988. Thuật toán và chương trình bình sai lưới trắc địa. Nxb "Nhedra", Moskva (tiếng Nga).

[2]. Trần Khánh, 1997. Nghiên cứu phương pháp bình sai tự do và ứng dụng trong xử lý số liệu trắc địa công trình. Luận án Phó tiến sĩ kỹ thuật, Trường Đại học Mỏ - Địa chất.

[3]. G.A. Watson, 2006. Computing Helmert transformations. Department of Mathematics, University of Dundee, Scotland.

(xem tiếp trang 89)

SUMMARY

Research facility location theory of free geodetic network

Tran Khanh, Nguyen Viet Ha

Hanoi University of Mining and Geology

The article content has established the theoretical basis for positioning the free geodetic network. Positioning algorithm is built on the basis of combined net adjustment problems and problem free defined parameter Helmert transformation, which allows for the positioning geodetic network in a flexible manner. consistent with the requirements for each type of network. The argument raised in the article closely logic, proven both in terms of theory and practice. The results and the recommendations in the article set the stage for the application of the method geodetic free-network adjustment to solve various problems of specialized surveying works.